

TRIANGOLI E QUADRILATERI:
PROPRIETÀ E SUPERFICI

Mario Perona, Eugenia Pellizzari e Daniela Lucangeli

GEOMETRIA CON LA CARTA

Piegare per spiegare

TERZO VOLUME

9-13 ANNI

Programmi di potenziamento
della cognizione numerica e logico-scientifica

Collana diretta da Daniela Lucangeli

ATTIVITÀ TRATTE DA
www.erickson.it/geometria-con-la-carta-volume-3

i MATERIALI

Erickson

2

CONFRONTARE



2.1

Triangoli e quadrilateri

2.2

Triangoli

2.3

Trapezi

2.4

Trapezi e parallelogrammi

2.5

Parallelogrammi e rettangoli

2.6

Parallelogrammi e rombi

2.7

Rettangoli, rombi e quadrati

NELLE ATTIVITÀ DEL «CONFRONTARE» SI CONDUCE L'ALLIEVO IN MODO INFORMALE ALLA SCOPERTA DEGLI ATTRIBUTI RILEVANTI ATTRAVERSO LA COSTATAZIONE CHE L'ETICHETTA NOME RICORRE IN PRESENZA DI ALCUNI ATTRIBUTI MA NON DI ALTRI. IN TALE CONTESTO NON SI PRETENDE NESSUN TIPO DI RAGIONAMENTO CONSAPEVOLMENTE ASTRATTO.

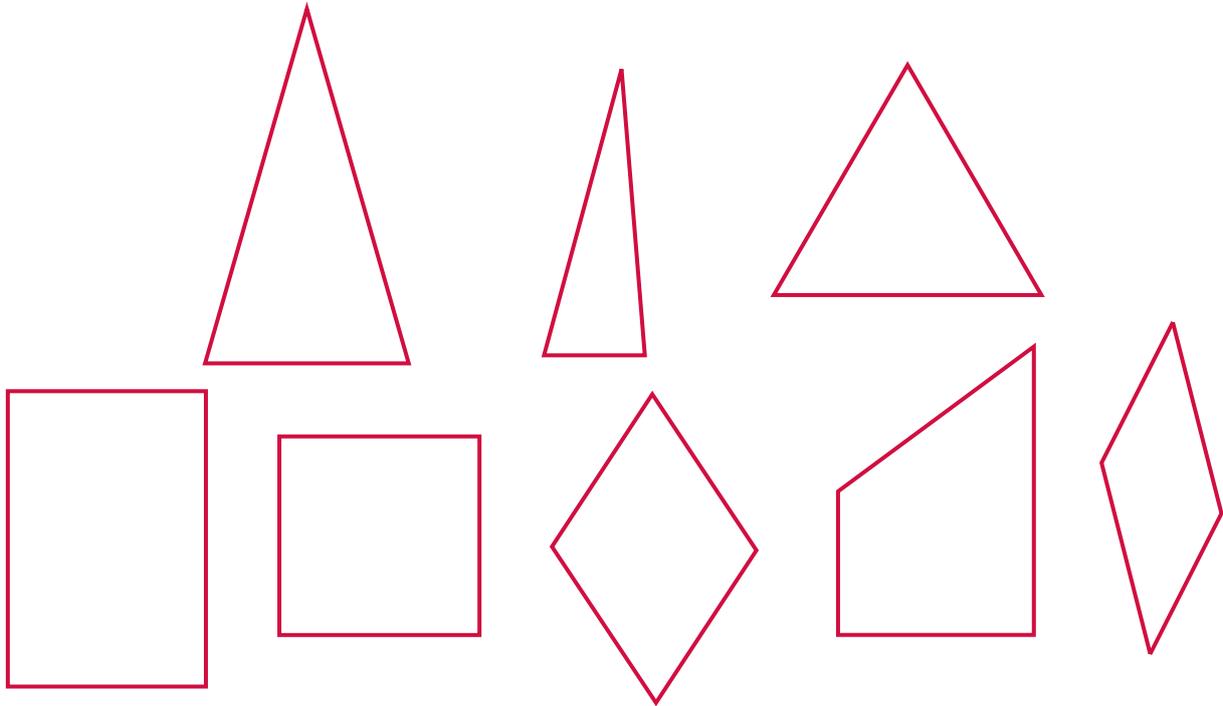
I RAGAZZI HANNO A DISPOSIZIONE TUTTE LE SAGOME DI CARTA CREATE DURANTE L'ATTIVITÀ PRECEDENTE E LE CONFRONTANO CERCANDO DI RILEVARE, INSIEME ALL'INSEGNANTE, LE DIFFERENZE.



2.1

TRIANGOLI E QUADRILATERI

Le sagome che abbiamo creato presentano una prima, immediata, differenza. Prendiamo alcune sagome di triangoli e alcune sagome di quadrilateri.



Nel paragrafo del capitolo precedente *Gli elementi di un triangolo*, abbiamo evidenziato che in un triangolo ci sono:

- tre lati
- tre angoli
- tre vertici.

Nel paragrafo del capitolo precedente *Gli elementi di un quadrilatero*, abbiamo invece evidenziato che in un quadrilatero ci sono:

- quattro lati
- quattro angoli
- quattro vertici.

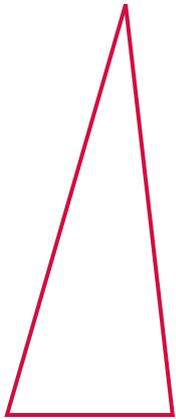
Quindi

Il numero di lati/angoli/vertici è una caratteristica significativa per una figura geometrica.

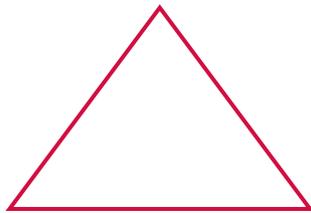


2.2 TRIANGOLI

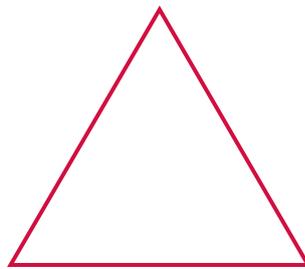
Consideriamo le sagome dei seguenti triangoli.



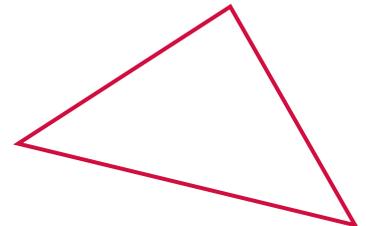
Triangolo scaleno 1



Triangolo isoscele 2



Triangolo equilatero 1



Triangolo rettangolo 3

Osservazioni e domande stimolo

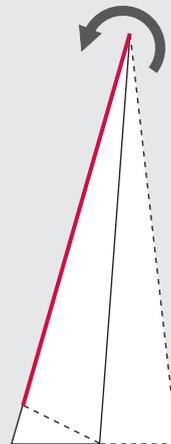
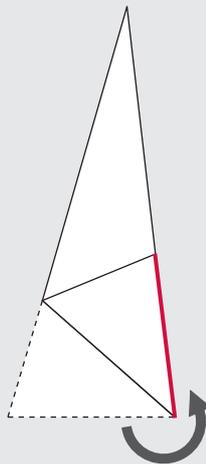
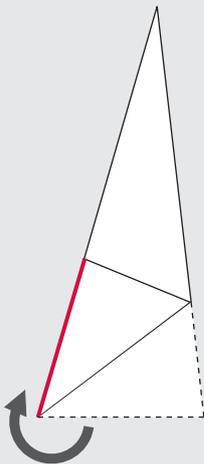
Una parte del nome di queste sagome si ripete regolarmente: quale?

Perché, secondo te?

Queste sagome hanno una caratteristica in comune.

Cerchiamo ora di capire cosa le differenzia.

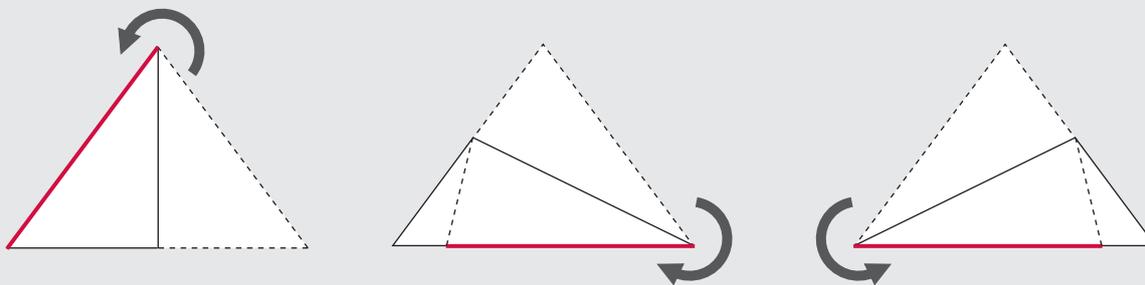
Confrontiamo tra loro i lati della prima sagoma, piegando in corrispondenza dei vertici in modo da sovrapporre un lato sull'altro.



Cosa osservi?

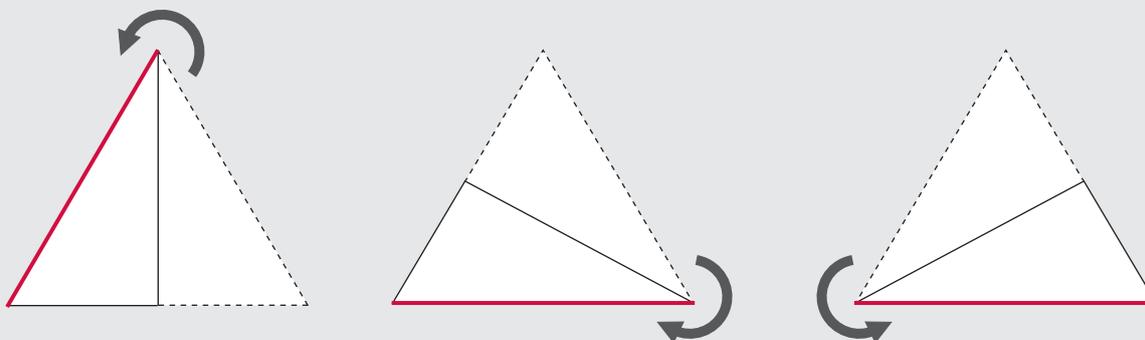
I lati sono tutti diversi!

Eseguiamo le stesse pieghe sulla seconda sagoma.

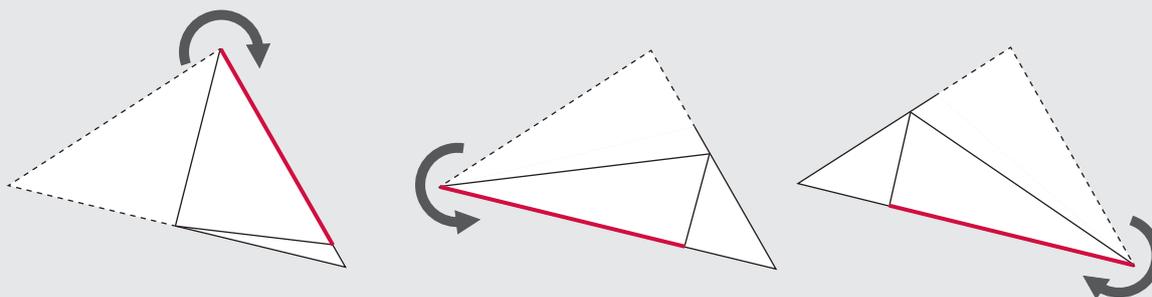


Cosa osservi ora?

Due lati si sovrappongono tra loro, ma non si sovrappongono con il terzo lato.
Proviamo ora con la terza sagoma.



Questo è decisamente un triangolo particolare! Tutti i lati si sovrappongono tra loro.
Proviamo infine con la quarta sagoma.

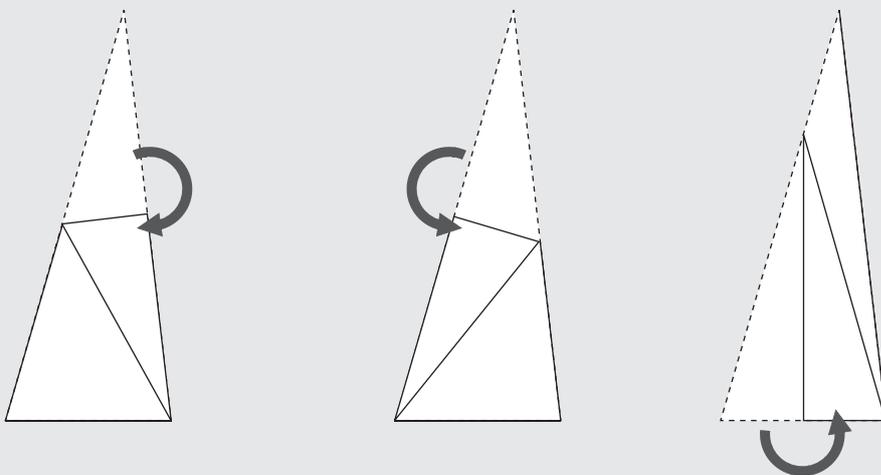


Ricadiamo nel primo caso: nessun lato si sovrappone.

E cosa possiamo dire sugli angoli?

Per confrontare gli angoli dobbiamo piegare lungo i lati in modo da sovrapporre i vertici e un lato di ogni coppia di angoli (vedi volume 2, attività 2.6.1, pp. 85-89).

Prima sagoma.



Cosa osservi? Nessun angolo si sovrappone.

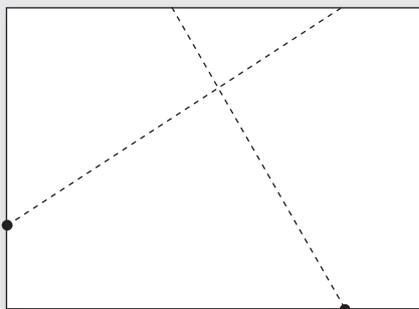
Procedi confrontando a due a due le coppie degli angoli delle rimanenti sagome: cosa scopri? Nella seconda sagoma si sovrappongono solo tra di loro due angoli e nella terza si sovrappongono tutti e tre.

Riconosci qualche analogia con le relazioni tra i lati?

Osserva ora cosa succede nella quarta sagoma.

Si sovrappongono gli angoli? No.

Riapri il foglio utilizzato per la costruzione di questo triangolo.



Ricordi quale procedura hai utilizzato per realizzare le pieghe evidenziate?

Si tratta di una piega fondamentale, la piega che porta una piega su se stessa.

Quindi due lati del triangolo in esame sono perpendicolari.

Cosa puoi dire quindi dell'angolo compreso?

Dunque, il quarto triangolo non ha lati uguali, non ha angoli uguali, ma, a differenza degli altri, ha la particolarità di avere un angolo retto.

ABBIAMO IMPARATO CHE...

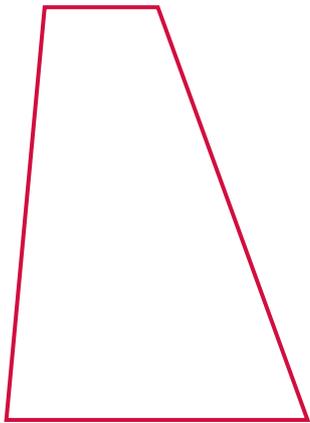
Per i triangoli avere almeno due lati (o due angoli) sovrapponibili è una caratteristica significativa; è inoltre significativo avere un angolo retto.



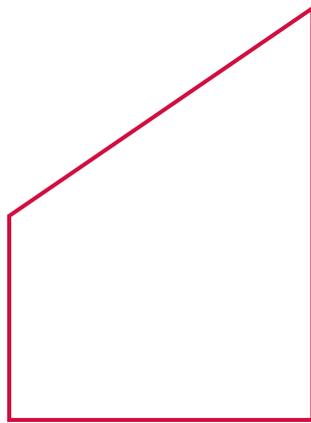
2.3

TRAPEZI

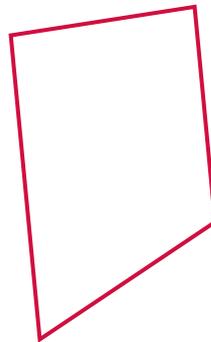
Prendiamo alcune sagome di trapezio realizzate.



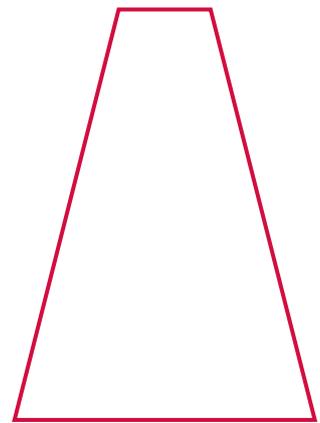
Trapezio scaleno 1



Trapezio rettangolo 2



Trapezio rettangolo 3



Trapezio isoscele 1

Vogliamo guidare i ragazzi a capire cosa hanno in comune queste sagome a cui abbiamo sempre dato un nome che ha una prima parte identica: «trapezio».

Osservazioni e domande stimolo

La prima caratteristica fondamentale di questa figura geometrica è di avere quattro lati e quattro angoli.

Ma c'è qualcosa in più.

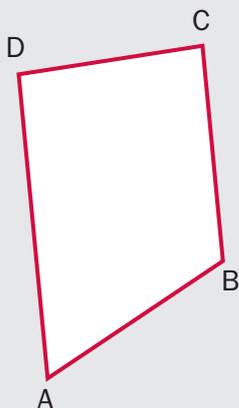
Osserva la prima, la seconda e la quarta sagoma.

Cosa puoi dire di una coppia di lati in ciascuno di quei casi?

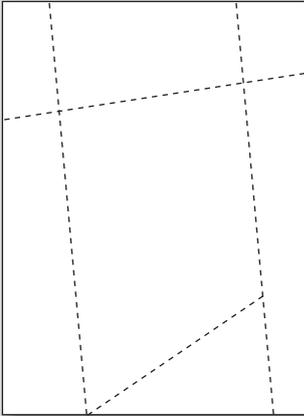
Che giacciono su bordi opposti del foglio. Ricordi che caratteristica hanno i bordi opposti di un foglio di carta?

Sono paralleli.

E per quanto riguarda la terza sagoma? Analizziamola bene.

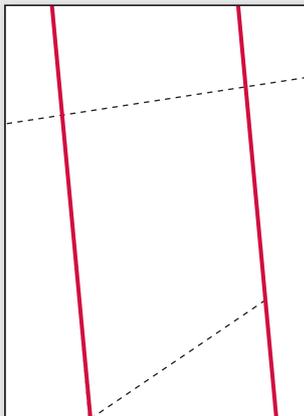


Apriamo il foglio di carta....



Osserviamo che la piega su cui giace il lato DC è perpendicolare alla piega su cui giace il lato AD (per realizzare tale lato abbiamo infatti utilizzato la piega che porta una piega su se stessa e sappiamo che tale piega ci consente di costruire pieghe perpendicolari).

Ma la stessa cosa abbiamo fatto per la piega su cui giace il CB: è stata costruita in modo da essere perpendicolare alla piega su cui giace DA.



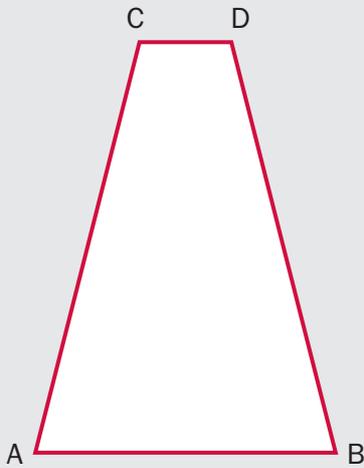
Per quanto detto nel paragrafo «Nozioni fondamentali: rette parallele», queste due pieghe sono parallele, ovvero mantengono sempre tra di loro la stessa distanza.

Ma poiché su tali pieghe giacciono i lati DA e BC del trapezio in esame, possiamo concludere che anche il terzo trapezio ha due lati paralleli.

Osserva: le sagome che hai a disposizione hanno la prima parte del nome identica, «trapezio», la seconda diversa.

Cerchiamo di capire cosa rende diverso un trapezio dall'altro.

Considera la quarta sagoma.



Piega la sagoma in modo da portare il punto A sul punto B.



Cosa osservi?

Questa piega non porta solo il punto A sul punto B, ma anche il punto C sul punto D.

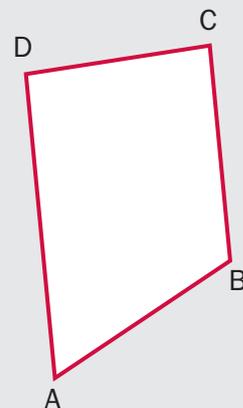
Cosa concludi?

Questo particolare trapezio ha i due lati obliqui congruenti!

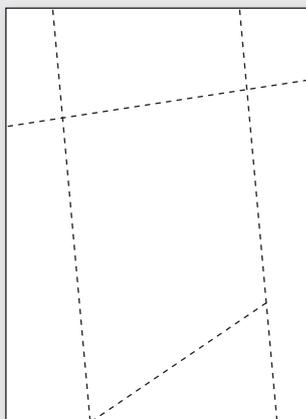
Si sovrappone qualche altro elemento di questo trapezio?

Succede la stessa cosa con le altre sagome di trapezio?

Considera ora la terza sagoma di trapezio.



Apri il foglio di carta utilizzato per realizzare il trapezio:



Osserva che la piega su cui giace il lato DC è perpendicolare alla piega su cui giace il lato AD (per realizzare tale lato hai infatti utilizzato la piega che porta una piega su se stessa e sai che tale piega ci consente di costruire pieghe perpendicolari).

Ma hai fatto la stessa cosa per la piega su cui giace il CB : è stata costruita in modo da essere perpendicolare alla piega su cui giace DC .

Cosa possiamo dire quindi del lato obliquo DC ?

Tale lato è perpendicolare alle due basi.

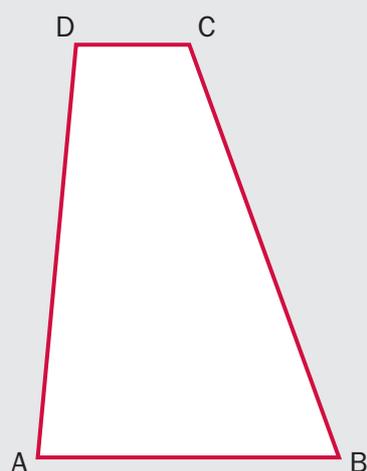
E relativamente agli angoli BCD e CDA ?

Questa caratteristica ricorre anche negli altri trapezi?

Prova!

Nel secondo trapezio sì! E, infatti, cosa osservi nel nome?

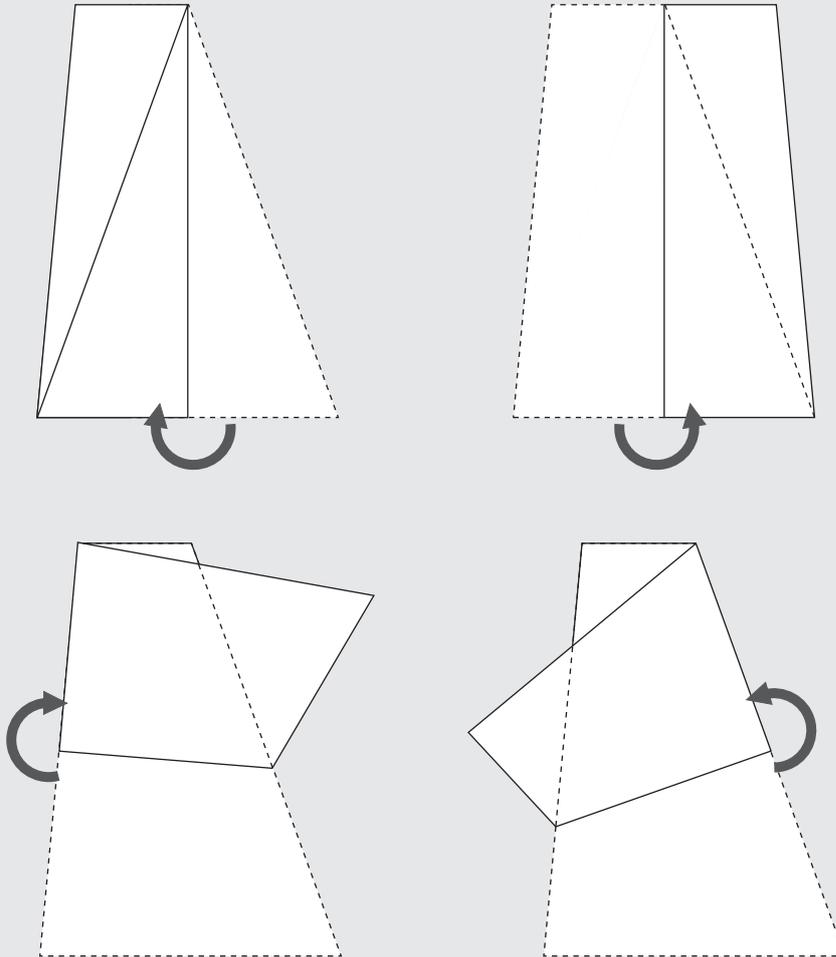
Osserva ora la prima sagoma.



Si sovrappongono i lati obliqui? No.

Ha qualche angolo retto? No.

Confronta ora con le opportune pieghe tutti gli angoli tra loro.



Anche gli angoli sono tutti diversi.

Semberebbe proprio che questa sagoma abbia come unica particolarità i due lati paralleli: è una sagoma «povera». In realtà si differenzia dalle altre proprio per non avere né angoli retti né i lati obliqui congruenti; oppure per avere tutti gli angoli tra loro diversi, ed è una caratteristica significativa anche questa.

E infatti ha un nome diverso dalle altre!

ABBIAMO IMPARATO CHE...

Per i quadrilateri avere due lati paralleli è una caratteristica significativa.

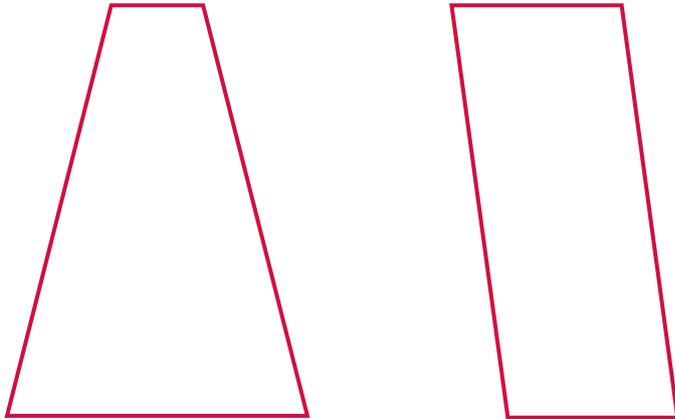
Per i trapezi è una caratteristica significativa avere i due lati obliqui congruenti o due angoli retti o nessuna di queste particolarità.



2.4

TRAPEZI E PARALLELOGRAMMI

Consideriamo una sagoma di parallelogramma e una sagoma di trapezio.



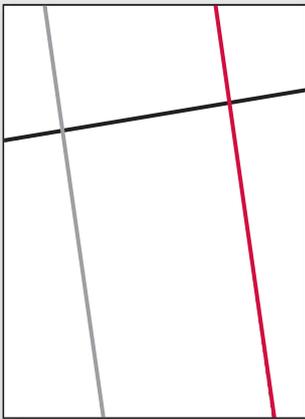
Vogliamo guidare i ragazzi a capire quali sono le caratteristiche che le due sagome hanno in comune e cosa differenzia il parallelogramma dal trapezio.

Osservazioni e domande stimolo

Il parallelogramma ha, come il trapezio, due lati paralleli?

Osserva: due lati giacciono su bordi opposti del foglio. Quindi? Sicuramente sono paralleli.

Occupiamoci ora degli altri due lati. Per fare questo apriamo il foglio che ci è servito per la costruzione del parallelogramma.



In entrambi i casi è stata realizzata una piega casuale (rossa), è stata costruita una piega ad essa perpendicolare (nera), e quindi una nuova piega, perpendicolare a quella nera (grigia).

Cosa puoi concludere, vista la costruzione, in merito alle pieghe rossa e grigia? Essendo entrambe perpendicolari alla piega nera sono parallele tra di loro!

Quindi anche gli altri due lati del parallelogramma sono paralleli tra loro.

*Per cosa si differenzia dunque il parallelogramma dal trapezio?
Verifica quanto hai scoperto anche per le altre sagome di parallelogramma che hai a disposizione.
Verifica infine che tutte le sagome a cui abbiamo dato il nome di trapezio non hanno questa caratteristica.*

ABBIAMO IMPARATO CHE...

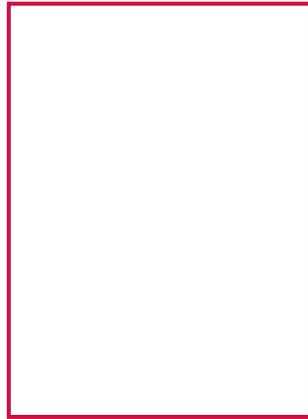
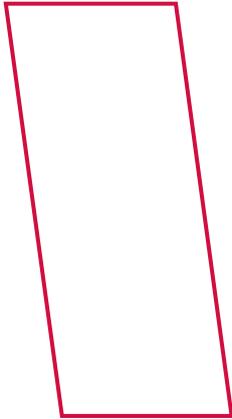
Per un quadrilatero è significativo avere due coppie di lati paralleli.



2.5

PARALLELOGRAMMI E RETTANGOLI

Consideriamo una sagoma di parallelogramma e una sagoma di rettangolo.



Vogliamo guidare i ragazzi a capire quali sono le caratteristiche comuni di queste due sagome e quali sono le particolarità che rendono il rettangolo diverso dal parallelogramma.

Osservazioni e domande stimolo

Cosa caratterizza il parallelogramma?

Anche il rettangolo possiede tale caratteristica?

Per verificare se anche nel rettangolo vi sono due coppie di lati paralleli, puoi procedere in questo modo.

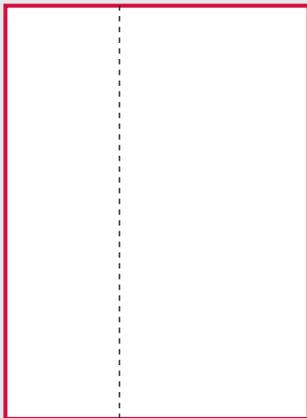
Realizza una piega che porta un lato del rettangolo su se stesso (tale piega intersecherà certamente anche il lato opposto).



Osserva: tale piega porta anche il lato opposto su se stesso? Sì. Cosa concludi?

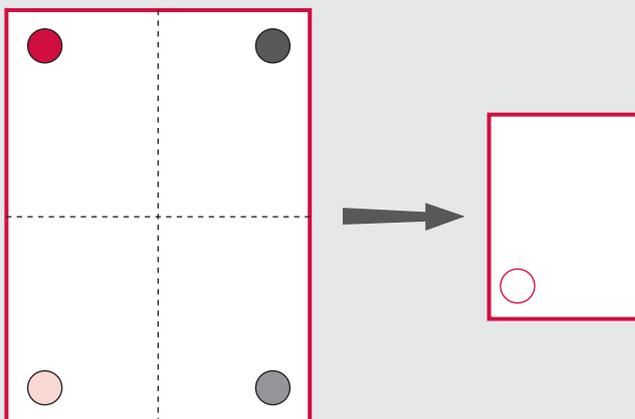
Tale piega è perpendicolare ai due lati che sono pertanto paralleli.

Realizza la stessa piega partendo da uno degli altri due lati.



*Osserva: tale piega porta anche il lato opposto su se stesso? Sì. Cosa concludi?
Tale piega è perpendicolare ai due lati che sono pertanto anch'essi paralleli.
Il rettangolo ha quindi delle caratteristiche in comune con il parallelogramma, ma cosa ha di diverso?*

Piega la sagoma in questo modo (seguendo le pieghe che ti sono servite per crearla), avendo cura di osservare cosa succede ai quattro angoli del rettangolo.



*Cosa osservi?
I quattro angoli si sovrappongono tutti esattamente!
Succede la stessa cosa con il parallelogramma? Prova.*

ABBIAMO IMPARATO CHE...

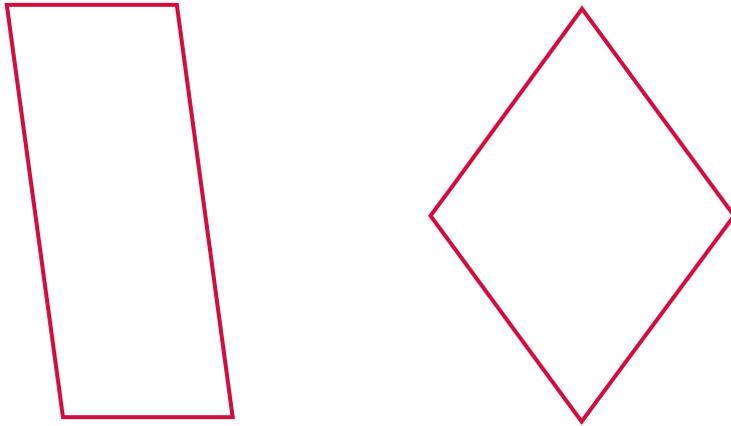
Per un quadrilatero è una caratteristica significativa avere tutti e quattro gli angoli sovrapponibili.



2.6

PARALLELOGRAMMI E ROMBI

Consideriamo una sagoma di parallelogramma e una sagoma di rombo.



Vogliamo guidare i ragazzi a capire quali sono le caratteristiche comuni di queste due sagome e quali sono le particolarità che rendono il rombo diverso dal parallelogramma.

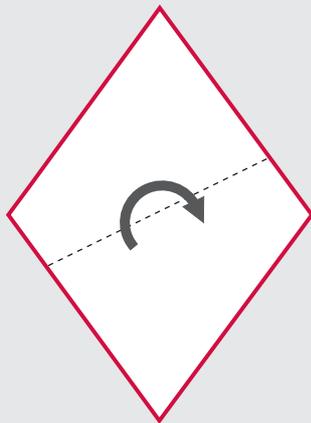
Osservazioni e domande stimolo

Cosa caratterizza il parallelogramma?

Anche il rombo possiede tale caratteristica?

Per verificare se anche nel rombo vi sono due coppie di lati paralleli, puoi procedere in questo modo.

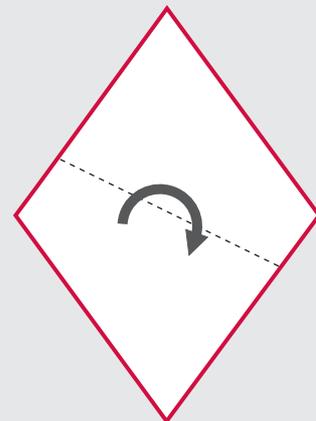
Realizza una piega che porta un lato del rombo su se stesso in modo che tale piega intersechi il lato opposto.



Tale piega, porta anche il lato opposto su se stesso? Sì.

Cosa concludi? Tale piega è perpendicolare a entrambi i lati del rombo che sono pertanto paralleli.

Realizza ora una piega che porta uno degli altri due lati su se stesso in modo che tale piega intersechi il lato opposto.



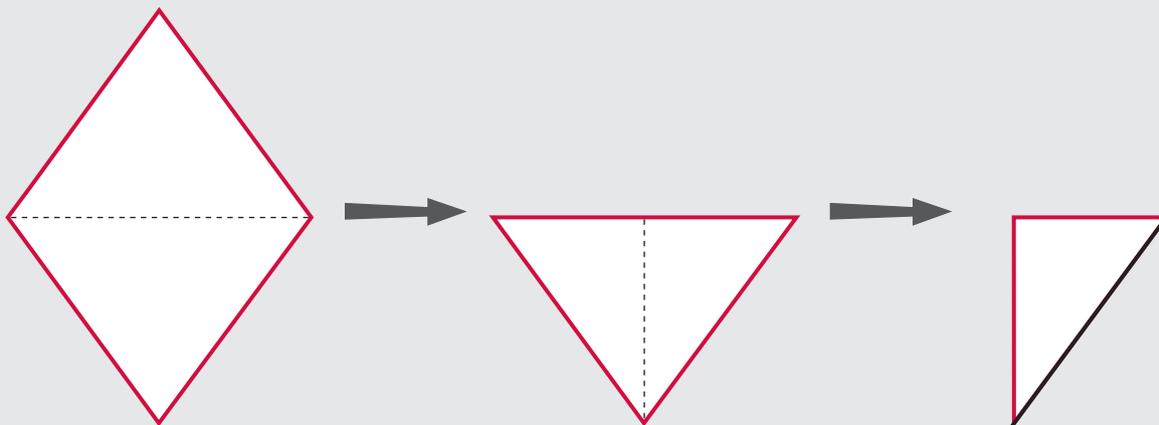
Tale piega, porta anche il lato opposto su se stesso?

Anche in questo caso, sì.

Dunque tale piega è perpendicolare a questi due lati che sono quindi anch'essi paralleli.

Il rombo ha quindi delle caratteristiche in comune con il parallelogramma, ma cosa ha di diverso?

Piega la sagoma in questo modo (seguendo le pieghe che ti sono servite per crearla).



Cosa puoi concludere in merito ai quattro lati del rombo?

Sono tutti sovrapponibili!

Succede la stessa cosa al parallelogramma?

ABBIAMO IMPARATO CHE...

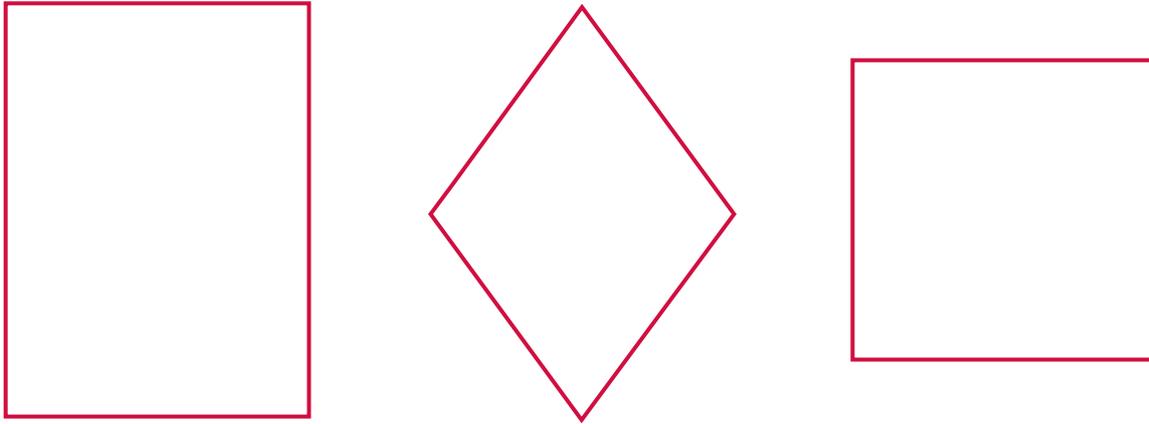
Per un quadrilatero è una caratteristica significativa avere tutti e quattro i lati sovrapponibili.



2.7

RETTANGOLI, ROMBI E QUADRATI

Consideriamo una sagoma di rombo, una di rettangolo e una di quadrato.



Vogliamo guidare gli alunni a capire quali caratteristiche queste tre sagome hanno in comune e cosa le differenzia.

Osservazioni e domande stimolo

Ricordi cosa hanno in comune rettangolo e rombo?

Il fatto di avere i lati opposti paralleli.

È una caratteristica anche del quadrato? Prova. Ormai hai imparato che per verificare se due segmenti sono paralleli, basta verificare se una qualsiasi piega perpendicolare al primo è perpendicolare anche al secondo.

Dunque? Sì, anche nel quadrato i lati opposti sono paralleli.

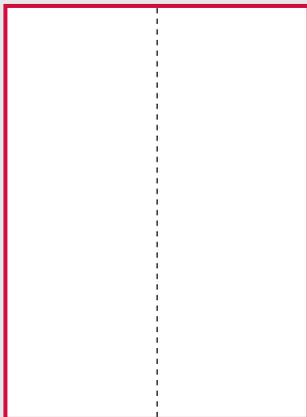
Cosa differenzia il rettangolo dal rombo?

Il rettangolo ha i quattro angoli sovrapponibili, il rombo ha i quattro lati sovrapponibili.

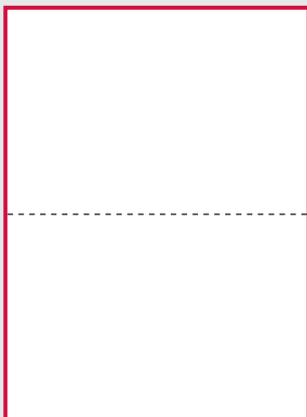
*È una differenza? Per esserne certi, dovremmo dimostrare che, effettivamente, questa caratteristica è di una sagoma e non dell'altra, ovvero verifichiamo che nel rettangolo i quattro lati **non** sono tutti sovrapponibili e nel rombo i quattro angoli **non** sono tutti sovrapponibili.*

Occupiamoci del rettangolo.

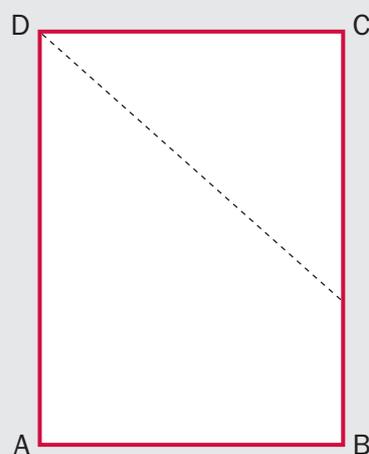
Pieghiamo il rettangolo in modo da portare il margine sinistro sul margine destro.



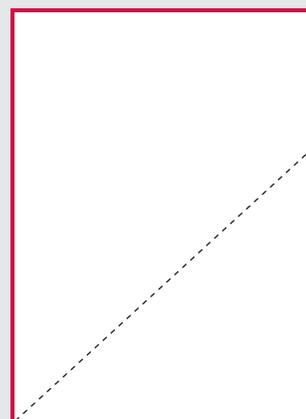
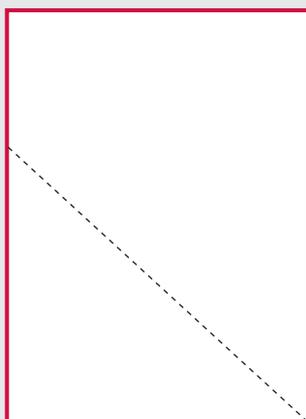
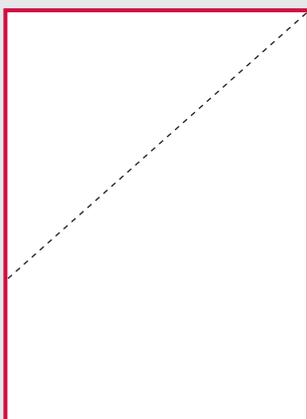
*Cosa osservi? Due lati (opposti) si sovrappongono esattamente.
Realizza ora questa piega.*



*Cosa osservi? Anche gli altri due lati opposti del rettangolo si sovrappongono esattamente!
I lati opposti si sovrappongono, ma quelli consecutivi?
Prova a vedere cosa succede con questa piega.*

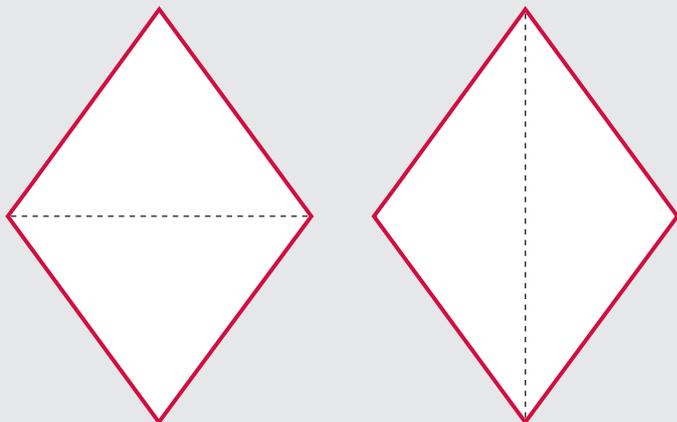


*Il lato AD contiene interamente il lato CD.
Realizza le seguenti pieghe per verificare questo fatto per ogni coppia di lati consecutivi.*



Cosa concludi? Si sovrappongono tutti e quattro i lati del rettangolo?

Occupiamoci ora del rombo.
Piega il rombo in questi due modi.

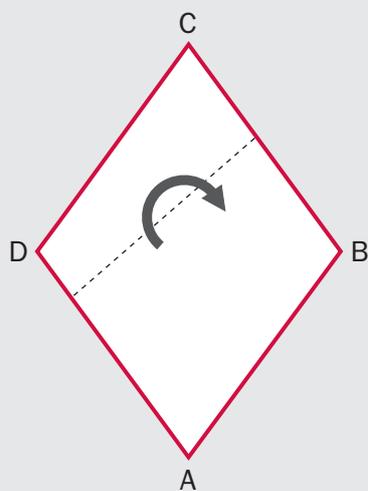


Cosa osservi?

Queste pieghe ci dimostrano la sovrapponibilità degli angoli opposti.

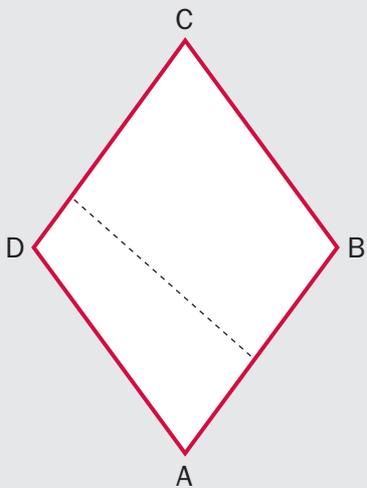
Guarda però cosa succede se realizzi questa successione di pieghe (abbiamo aggiunto le lettere per semplificare la lettura di questa attività).

Realizza la piega che porta il punto C sul punto B.

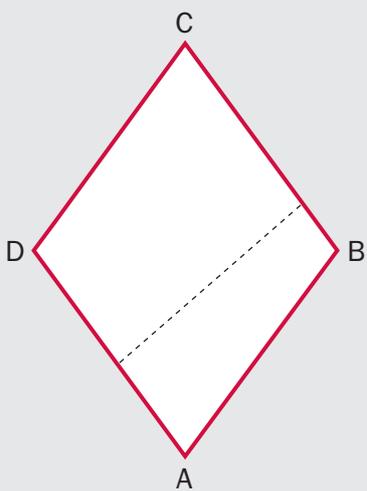


L'angolo BCD è dunque sovrapponibile all'angolo ABC? No, perché l'angolo ABC contiene interamente l'angolo BCD.

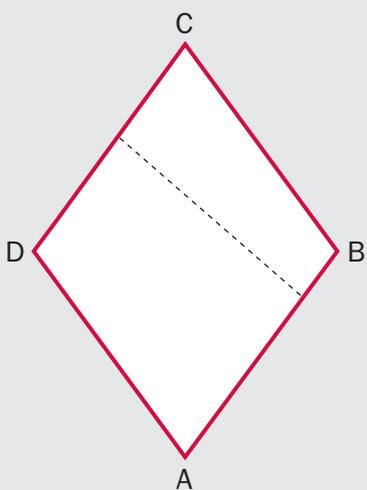
Le seguenti pieghe dimostrano la stessa cosa per tutte le altre coppie di angoli non opposti.



*La piega porta il punto A sul punto B.
Confronta gli angoli DAB e ABC.*



*La piega che porta A su D.
Confronta gli angoli BAD e ADC.*



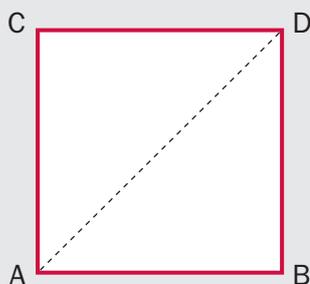
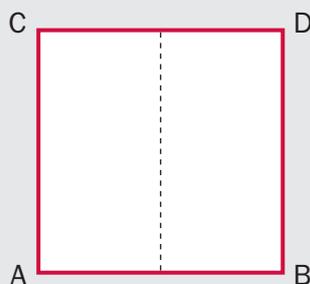
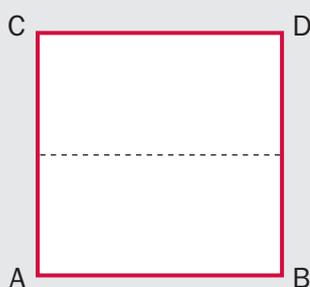
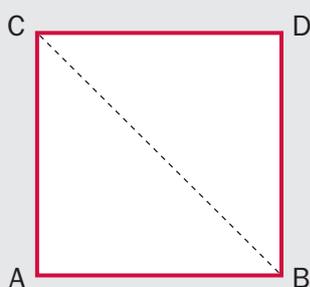
*La piega che porta il punto D sul punto C.
Confronta gli angoli ADC e DCB.*

Quindi, cosa puoi concludere in merito agli angoli del rombo? Si sovrappongono tutti e quattro? Dunque ora sai cosa differenzia il rombo dal rettangolo e cosa li accomuna.

Cosa possiamo dire del quadrato?

Il quadrato è una figura molto particolare, con proprietà veramente interessanti.

Realizza le seguenti pieghe.



Cosa ti raccontano del quadrato?

Il lato CD si sovrappone con il lato AC (prima piega), ma anche con AB (seconda piega) e con BD (quarta piega).

Confronta gli altri lati!

L'angolo DCA si sovrappone con l'angolo CAB (seconda piega), ma anche con BDC (terza piega) e con ABD (quarta piega).

Confronta gli altri angoli!

Cosa puoi concludere in merito al quadrato?



FACCIAMO IL PUNTO!

POLIGONI	
Caratteristica significativa	Attributi significativi
Numero lati/angoli	Tre lati/tre angoli
	Quattro lati/quattro angoli
TRIANGOLI	
Caratteristica significativa	Attributi significativi
Lati	Lati tutti non congruenti
	Due lati congruenti
	Tre lati congruenti
Angoli	Angoli tutti non congruenti
	Due angoli congruenti
	Tre angoli congruenti
	Un angolo retto
QUADRILATERI	
Caratteristica significativa	Attributi significativi
Lati	Due lati paralleli
	Due coppie di lati paralleli
	Una coppia di lati opposti congruenti
	Due coppie di lati di opposti congruenti
	Quattro lati congruenti
Angoli	Angoli tutti non congruenti
	Due angoli retti
	Due coppie di angoli opposti congruenti
	Quattro angoli congruenti



www.erickson.it

Tutti i diritti riservati. Vietata la riproduzione con qualsiasi mezzo effettuata,
se non previa autorizzazione dell'Editore.
È consentita la fotocopiatura delle schede operative contrassegnate dal simbolo
del © copyright, a esclusivo uso didattico interno.